I. Equations aux dimensions : condensateur plan

On considère un condensateur plan constitué de deux armatures métalliques identiques de surface S, séparées l'une de l'autre par une distance d. La tension électrique aux bornes du condensateur vaut U. On rappelle :

- que les charges électriques $+q$ et $-q$ portées par les armatures sont données par la loi $q = CU$, où C est la capacité du condensateur,
- que l'énergie électrique stockée dans le condensateur est donnée par $E_{elec} = \frac{1}{2}CU^2$,
- que l'intensité du courant dans les fils électriques reliés aux armatures du condensateur est donnée par $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$.

I-1. Donnez la dimension de q en fonction des grandeurs fondamentales du système international d'unités.

I-2. Donnez les dimensions de U et de C en fonction des grandeurs fondamentales du système international d'unités.

I-3. La capacité du condensateur plan est donnée par $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$. En déduire la dimension de la permittivité du vide ε_0 en fonction des grandeurs fondamentales du système international d'unités.

II. Vitesse ascensionnelle d'un ballon à hélium :

On souhaite étudier le mouvement d'un ballon plongé dans l'air (masse volumique $\rho_a = 1{,}29$ kg.m^{-3}) et contenant un volume V_0 d'hélium (masse volumique $\rho_{He} = 0{,}178$ kg.m^{-3}). L'enveloppe du ballon a une épaisseur négligeable et une masse m_0. La vitesse du ballon par rapport à un référentiel galiléen lié au sol est notée $\vec{v} = v(t)\cdot\vec{e}_z$ où $\vec{e}_z$ est un vecteur unitaire orienté dans le sens de la verticale ascendante. Au cours de son déplacement, le ballon subit une force de frottement visqueux $\overrightarrow{F_f} = -\alpha\cdot\vec{v}$. L'accélération de la pesanteur vaut $g = 9{,}81$ m.s^{-2}.

II.1 Que vaut m, la masse totale du ballon gonflé à l'hélium ?

II.2 Exprimez le poids $\vec{P}$ du ballon et la poussée d'Archimède $\overrightarrow{\pi_A}$, en fonction de m_0, ρ_a, ρ_{He}, V_0, g.

II.3 Application numérique : calculez la norme des vecteurs $\vec{P}$ et $\overrightarrow{\pi_A}$, sachant que $V_0 = 10$ m^3 et $m_0 = 5$ kg. Ce ballon va-t-il s'élever ou restera-t-il cloué au sol ?

II.4 Dans la suite, on assimile le ballon à une particule ponctuelle de masse m. En utilisant la seconde loi de Newton, montrez que l'équation différentielle à laquelle obéit $v(t)$ est de la forme $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = a$, où τ et a sont des constantes dont vous donnerez l'expression en fonction de α, m_0, ρ_a, ρ_{He}, V_0 et g.

Les résultats des questions II.5 à II.9 seront exprimés en fonction (notamment) des paramètres a et τ.

II.5 Calculez $v_H(t)$, la solution de l'équation différentielle homogène.

II.6 Donnez $v_P(t)$, une solution particulière de l'équation différentielle.

II.7 En déduire l'expression de $v(t)$, sachant que $v(t=0) = 0$.

II.8 Que vaut la vitesse limite du ballon $v_{\lim} = v(t \to \infty)$?

II.9 Représentez le graphe de la fonction $v(t)$.

UNIVERSITE PAUL SABATIER	LICENCE STS

Année universitaire 2010-2011

LICENCE 1 Parcours PC - PHYSIQUE

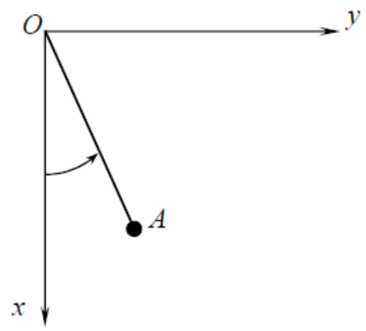
Devoir surveillé 2

(45 min.)

Calculatrices et téléphones portables interdits

Pendule circulaire

Un point matériel A, de masse m, est suspendu à un fil inextensible de longueur l (cf. figure). Sa position est repérée à chaque instant par l'angle que fait $\overrightarrow{OA}$ avec la verticale descendante, O étant l'origine du référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire supposé galiléen.



1. Représenter sur un schéma soigné le pendule, les grandeurs ρ et φ permettant de repérer le point matériel A, la base cartésienne $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$ et la base polaire $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi})$ locale.
2. Donner les composantes du vecteur position $\overrightarrow{OA}$ dans la base locale.
3. – a) Donner les composantes dans la base locale du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_A}$ dans le cas général.
   – b) Que deviennent ces composantes dans le cas du mouvement circulaire étudié ici ?
   – c) En déduire la norme v_A de la vitesse.
   – d) Représenter le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_A}$ sur le schéma dans le cas où le point matériel A est dans la phase ascendante du mouvement.
   – e) Donner les composantes du vecteur $\overrightarrow{v_A}$ dans la base cartésienne.
4. – a) Représenter sur le schéma les deux forces auxquelles est soumis le point matériel A.
   – b) Donner les composantes dans la base cartésienne de ces forces.
5. Montrer que seule l'une de ces deux forces travaille et calculer la puissance de cette force en utilisant les résultats des questions précédentes.
6. – a) En déduire l'expression de l'énergie potentielle E_p du point matériel A. On considèrera que l'énergie potentielle E_p est nulle lorsque $\overrightarrow{OA}$ est le long de Oy.
   – b) Représenter E_p en fonction de l'angle repérant la position de A.
7. Donner l'expression de l'énergie cinétique E_k du point matériel A.
8. En déduire l'expression de son énergie mécanique E_m.